

### ③ المعلم في الفراغ ④ المسافة في الفراغ

الثالث الثانوي العلمي

ورقة عمل (٣)

• **مبرهنة:**  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  معلم في الفراغ. عندئذٍ أياً كانت النقطة  $M$  من الفراغ، توجد ثلاثية  $(x, y, z)$

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

وحيدة من الأعداد الحقيقية تحقق

▪ **تذكر أنه:** - إذا كانت  $B(x_B, y_B, z_B), A(x_A, y_A, z_A)$  نقطتان من الفراغ

فإن الشعاع  $\vec{AB}$  يتعيّن كما يلي:  $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$

- وإذا كانت  $M$  منتصف  $[AB]$  فإن:  $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

#### تعريف المعلم المتجانس:

نقول إن المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  معلم متجانس إذا تحقق الشرطان:

$$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1 \quad \text{و} \quad \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \text{ متعامدة متنى}$$

• **مبرهنة:** في معلم متجانس يتحقق ما يأتي:

①. يُعطى تنظيم الشعاع  $\vec{u}$  الذي مركباته  $(a, b, c)$  بالعلاقة:  $\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

②. في حالة نقطتين  $B(x_B, y_B, z_B), A(x_A, y_A, z_A)$  يكون:  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

**تدريب (1):** هل النقاط  $A(3, -1, 2), B(4, -2, 1), C(1, -3, -1)$  على استقامة واحدة؟

**تدريب (2):** عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  لتكون النقاط الثلاث الآتية على استقامة واحدة:

$$A(2, -1, a), B(3, b, 2), C(-1, 1, 4)$$

**تدريب (3):** في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن النقاط:  $A\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right), B(-2, -1, 2), C(2, 3, 2)$

▪ أثبت أن المثلث  $ABC$  متساوي الساقين رأسه  $A$ . هل هو قائم؟ (علّل)

**تدريب (4):** في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطة:  $A(2, -1, 3)$

①. اكتب معادلةً للكرة  $S$  التي مركزها  $(A)$  و نصف قطرها (4).

②. اكتب معادلةً للكرة  $S$  التي مركزها  $(O)$  و تمر بالنقطة  $(A)$ .

**تدريب (5):** في معلم للفراغ لتكن النقطتان:  $A(2, -1, 4), B(3, 2, -3)$

①. أوجد إحداثيات النقطة  $(I)$  منتصف  $[AB]$ .

②. أوجد إحداثيات النقطة  $Q$  نظيرة  $A$  بالنسبة إلى  $B$ .